Topologie Hashimoto i homeomorfizmy

Małgorzata Filipczak
Uniwersytet Łódzki
malfil@math.uni.lodz.pl

Przypomnijmy, że rodzina

$$\mathcal{T}_{\mathcal{I}} := \{U \setminus P : U \in \mathcal{T},\, P \in \mathcal{I}\}$$

gdzie przestrzeń $(X, \mathcal{T})$ jest T_1 oraz spełnia drugi aksjomat przeliczalności, zaś $\mathcal{I}$ jest σ-ideałem zawierającym zbiory jednopunktowe i nie zawierającym niepustych zbiorów otwartych, jest topologią w X, zwaną topologia typu Hashimoto.

Będziemy rozważać topologie składające sie ze zbiorów postaci $U \setminus P$ gdzie $U \subset \mathbb{R}$ jest otwarty w topologii naturalnej, zaś P ma miarę zero względem pewnej naturalnej miary na prostej (lub na $[0, 1]$).

Oznaczmy symbolem:

- nat topologię naturalną na prostej (lub na $[0, 1]$);
- $\mathcal{N}$ σ-ideał zbiorów miary Lebesguea zero na prostej (lub na $[0, 1]$);
- $\mathcal{N}_\alpha$ σ-ideał zbiorów miary zero względem miary Hausdorffa rzędu α $(0 < \alpha \leqslant 1)$;
- μ_p miarę probabilistyczną generowaną na $[0, 1]$ przez rzut monetą, dla której prawdopodobieństwo "wypadnięcia" orła wynosi p $(0 < p < 1)$;
- $\mathcal{N}_{\mu_p}$ σ-ideał zbiorów μ_p miary zero.

Pokażemy, że

- Dla dowolnego $\alpha \in (0, 1)$ przestrzenie $(\mathbb{R}, nat_{\mathcal{N}})$ i $(\mathbb{R}, nat_{\mathcal{N}_\alpha})$ nie są homeomorficzne.
- Dla dowolnego $p \in (0, 1)$ przestrzenie $([0, 1]\, , nat_{\mathcal{N}})$ i $\left([0, 1]\, , nat_{\mathcal{N}_{\mu_p}}\right)$ są homeomorficzne.