Jeden z "praskich problemów"

Julia Wódka
Politechnika Łódzka
juliawodka@gmail.com

Dla dowolnej przestrzeni metrycznej (X, d), zbioru $A \subset X$, punktu $x \in X$ oraz promienia $r > 0$ definiujemy wielkość

$$p(A, x, r) = \sup\{t > 0 : \exists_{y \in X} \; B(y, t) \subset B(x, r) \setminus A\},$$

gdzie $B(x, r)$ oznacza kulę o środku w punkcie x i promieniu r. Powiemy, że zbiór $A \subset X$ jest *dolnie p-porowaty w x* jeżeli $p = \inf\{\liminf_{r\to\infty} \frac{p(A,x,r)}{r} : x \in A\}$ jest większe od 0. Mówimy, że zbiór A jest *dolnie porowaty* jeżeli istnieje takie $p > 0$, że A jest dolnie p-porowaty.

Rodzinę kul V nazywamy *pokryciem Vitaliego* zbioru X jeżeli dla każdego $x \in X$ istnieje taki ciąg $r_n \to 0$, że $B(x, r_n) \in V$.

W trakcie referatu przeprowadzony zostanie dowód uproszczonej wersji twierdzenia udowodnionego przez Yu. Shevchenkę ([1]).

Twierdzenie 1. *Dla dowolnego pokrycia Vitaliego V zbioru X istnieje rodzina $V' \subset V$ spełniająca warunki:*

- *zbiór $A = X \setminus \bigcup V'$ jest górnie porowaty,*
- $|V'| < d(X)$,

gdzie $|\cdot|$ oznacza moc danego zbioru a $d(X) = \min\{\kappa :$ istnieje taki zbiór Y gęsty w X, że $|Y| = \kappa\}$ jest gęstością zbioru X.

Na zakończenie referatu sformułowane zostaną otwarte problemy związane z omawianą tematyką.

Literatura

[1] Yu. A. Shevchenko, *On Vitali's covering theorem*, Vestnik Moskov. Univ. Ser. I Mat. Mekh. 1989, no. 3, 11–14, 103 (Russian);

[2] V. Suomala, *Upper porous measures on metric spaces*, Illinois J. Math. 52 (2008), no. 3, 967–980.

[3] L. Zajíček, *On σ-porous sets in abstract spaces*, Abstr. Appl. Anal. 2005, no. 5, 509–534.