O topologiach generowanych przez operator $\mathcal{S}$-gęstości.

Taras Banakh, **Filip Strobin**, Renata Wiertelak

Niech $\mathcal{S} = (S_n)$ będzie ciągiem mierzalnych podzbiorów $\mathbb{R}$ o dodatnich miarach, zbieżnym do 0. Dla zbioru $A \in \mathcal{L}$ (tj. mierzalnego), przez $\Phi_{\mathcal{S}}$ oznaczmy zbiór wszystkich punktów $\mathcal{S}$-gęstości zbioru A, tj:

$$\Phi_{\mathcal{S}}(A) := \left\{ x \in \mathbb{R} : \lim_{n\to\infty} \frac{\lambda(A \cap S_n)}{\lambda(S_n)} = 1 \right\}$$

(dodajmy, że gdy $S_n = \left[-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right]$, to $\Phi_{\mathcal{S}}(A)$ jest zbiorem klasycznych punktów gęstości zbioru A).

W artykule [SW] pokazaliśmy, że przy pewnych dodatkowych założeniach o ciągu $\mathcal{S}$, rodzina

$$\mathcal{T}_{\mathcal{S}} := \{A \in \mathcal{L} : A \subset \Phi_{\mathcal{S}}(A)\}$$

jest topologią. Podczas referatu pokażę, że jest to prawda bez tych dodatkowych założeń. Co więcej, wynik ten zostanie wywnioskowany z ogólniejszego rezultatu dotyczącego tego typu rodzin zdefiniowanych na zwartych grupach topologicznych z miarą Haara.

Literatura

[SW] F. Strobin, R. Wiertelak, *On a generalization of density topologies on the real line*, Topology Appl. 199 (2016), 1–16.